Воздействие высокоэнергетичных корпускулярных или электромагнитных потоков на материалы относится к современным технологиям, обеспечивающим значительное ресурсо- и энергосбережение, повышение качества изделий, достижение новых свойств материалов, а также стимулирующим новые конструкторские решения различных изделий в машино- и приборостроении. Существенные успехи достигнуты в исследовании и применении плазмохимических процессов, стимулируемых электронными и ионными потоками. Создание устройств, формирующих высокоэнергетичные корпускуляые (электронные и ионные) потоки с заданными характеристиками, требует, как правило, моделирования электронно-оптических систем.

Электронно-оптические системы представляют собой широкий класс технических устройств от электронных пушек до систем транспортировки и фокусировки электронного пучка. Широкий спектр свойств и отличительные особенности электронно-оптических устройств не позволяют разработать универсальный метод расчета задач электронной оптики.

При расчетах систем формирования электронного пучка, в отличие от фокусирующих систем и систем транспортировки, необходимо учитывать эмиссионные свойства эмиттера электронов. По типу эмиттера различают электронно-оптические системы с термокатодом, плазменным катодом и пушки на основе высоковольтного тлеющего разряда с холодным катодом. Для каждого из этих типов электронных пушек разрабатываются свои собственные методы численного моделирования, которые учитывают отличительные особенности указанных электронно-оптических систем. Так, в термокатодных пушках и пушках с холодным катодом, форма и положение эмиттера заданы априори, поэтому эмиссия электронов осуществляется или в режиме ограничения тока пространственным зарядом, или в режиме ограничения эмиссионной способности катода.

При разработке методов расчета пушек с плазменным катодом необходимо учитывать, что положение, форма и радиус эмиттирующей поверхности плазмы должны находиться в результате самосогласованного решения электронно-оптической задачи. Другой отличительной особенностью плазменных источников электронов является способность генерировать электронные пучки в форвакуумном диапазоне давлений, что приводит к необходимости учитывать влияние процессов ионизации, а также сопутствующих этому явлений, на формирование пучка.

УДК 537.533.3; 621.3.032.269.1

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПЛАЗМЕННЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРОНОВ

д-р техн. наук, проф. В.А. ГРУЗДЕВ, О.Н. ПЕТРОВИЧ
(Полоцкий государственный университет)

Рассматриваются различные методы расчета электронно-оптических систем (ЭОС), которые включают в себя методы дискретизации потока заряженных частиц: гидродинамическую модель, модель больших частиц, модель трубок тока; параксиальный и антипараксиальный методы синтеза; методы анализа по расчету электрических и магнитных полей; методы описания движения заряженных частиц; методы расчета плотности объемного заряда и плотности тока. Приводится сравнительная характеристика пакетов прикладных программ для моделирования ЭОС и анализ возможности их применения при расчете слаботочных и сильноточных пучков. Предлагается метод анализа газонаполненных ЭОС с подвижным плазменным эмиттером, который учитывает процессы, влияющие на динамику формирования электронного пучка, и позволяет проследить изменение параметров пучка в зависимости от ионизационных процессов и движения эмиттирующей поверхности в промежутке ускорения ЭОС.

Введение. Основное назначение электронно-оптических систем заключается в формировании электронного пучка с определенной конфигурацией сечения и параметрами: величиной тока, распределением плотности тока по поперечному сечению пучка, энергией электронов, сходимостью.

Физические процессы, составляющие основу принципов работы электронных пушек: эмиссия электронов, движение заряженных частиц в электромагнитном поле, ионизационные процессы, взаимосвязанны и самосогласованны друг с другом, поэтому при разработке и создании электронно-оптических систем широко используется компьютерное моделирование процессов формирования электронных пучков с требуемыми геометрическими и энергетическими характеристиками. Компьютерное моделирование в настоящее время является одним из наиболее важных этапов проектирования и оптимизации конструкций современных технологических электронно-лучевых установок, так как позволяет, не прибегая к созданию опытных образцов, оценить параметры ЭОС и характеристики формируемого пучка, что расширяет границы возможностей поиска оптимальной конструкции электронно-оптических систем.

Математическое моделирование ЭОС можно рассматривать как совокупность нескольких модельных задач по расчету электрического и магнитного полей, движения потока заряженных частиц, объемного заряда пучка и т.д., самосогласованное решение которых является физико-математической моделью исходной электронно-оптической системы.

1. Методы дискретизации потока заряженных частиц

Основу физико-математической модели ЭОС составляют методы дискретизации потока заряженных частиц, которые представляют собой различные сочетания дискретной и непрерывной моделей потока.

1.1. Дискретная модель потока

В дискретной модели поток рассматривается как движение физических заряженных частиц с учетом их взаимодействия и статистического распределения начальных скоростей, т.е. частицы математической модели и физические частицы (электроны, ионы), составляющие поток, идентичны.

Уравнение движения заряженных частиц в электрическом и магнитном полях может быть записано различными способами: в форме Ньютона, Лагранжа, Гамильтона.

В общем случае релятивистское уравнение движения заряженных частиц в электрическом и магнитном полях в форме Ньютона имеет следующий вид [1]:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e(\vec{E} + \vec{\vartheta} \times \vec{B}), \tag{1}$$

где $\vec{p}$ – релятивистский импульс $\left(\vec{p} = \dfrac{m\vec{\vartheta}}{\sqrt{1 - \dfrac{\vartheta^2}{c^2}}} \right)$.

Здесь m – масса покоя частицы; e – ее заряд; $\vec{\vartheta}$ – вектор скорости; $\vec{E}$ – вектор напряженности электрического поля; $\vec{B}$ – вектор индукции магнитного поля; c – скорость света в вакууме.

Электрическое и магнитное поля в общем случае находятся из системы уравнений Максвелла:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}; \tag{2}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right), \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0, \tag{3}$$

где ε_0 и μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума соответственно; ρ – объемная плотность зарядов, создающих электрическое поле; $\vec{j}$ – плотность токов, создающих магнитное поле; ∇ – дифференциальный оператор набла.

Уравнение движения Лагранжа имеет вид [1]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \tag{4}$$

где q_i – обобщенные криволинейные координаты; $P_i = \dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$ – компоненты обобщенного импульса $\vec{P} = \vec{p} + e\vec{A}$.

Функция Лагранжа в релятивистском случае $L = -mc^2\sqrt{1 - \dfrac{\vartheta^2}{c^2}} - eU + e(\vec{A} \cdot \vec{\vartheta})$; U – разность потенциалов электрического поля; $\vec{A}$ – векторный магнитный потенциал.

Уравнения движения Гамильтона [1]:

$$\dot{P}_i = \frac{\partial H}{\partial q_i}; \quad \dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial P_i}, \quad H = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \dfrac{\vartheta^2}{c^2}}} + eU. \tag{5}$$

Однако наиболее распространенной является все же Ньютонова форма записи уравнений движения (1). Поскольку число электронов и ионов в реальных электронно-оптических системах очень велико, то при численном моделировании формирования пучка заряженных частиц дискретная модель потока в чистом виде не используется, так как на практике невозможно следить за движением каждой физической частицы.

1.2. Непрерывная (гидродинамическая) модель потока

Кинетическое описание потока. В другом предельном случае поток заряженных частиц рассматривается как непрерывная несжимаемая фазовая жидкость, между элементами объема которой действуют электромагнитные силы так, что вся информация о дискретности потока сглаживается. Взаимодействия частиц потока можно разделить на взаимодействия типа столкновений и коллективные (интегральные) взаимодействия. Основную роль в потоке заряженных частиц играют коллективные (интегральные) взаимодействия, а взаимодействием типа столкновений можно пренебречь [2]. Коллективные взаимодействия отражают воздействие на выбранную частицу остальных частиц, составляющих поток, и могут быть учтены посредством создаваемого частицами суммарного поля. Это поле при учете коллективных взаимодействий можно заменить полем непрерывно распределенного пространственного заряда.

При отсутствии столкновений плотность частиц в фазовом пространстве $f(x, y, z, v_x, v_y, v_z)$ в окрестности данной частицы, согласно теореме Лиувилля, при ее движении не меняется, т.е. $\frac{df}{dt} = 0$.

Из закона сохранения плотности частиц в фазовом пространстве следует уравнение Власова – кинетическое уравнение с самосогласованным полем, которое описывает состояние среды в пренебрежении столкновений между частицами [2]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{\vartheta}\nabla f + \frac{e}{m}\left(\vec{E} + \vec{\vartheta} \times \vec{B}\right)\nabla_{\vartheta} f = 0. \tag{6}$$

Здесь Δf – градиент плотности в пространстве координат $\left(\nabla f = \vec{i}_x \frac{\partial f}{\partial x} + \vec{i}_y \frac{\partial f}{\partial y} + \vec{i}_z \frac{\partial f}{\partial z}\right)$; $\nabla_{\vartheta} f$ – градиент плотности в пространстве скоростей $\left(\nabla_{\vartheta} f = \vec{i}_x \frac{\partial f}{\partial \vartheta_x} + \vec{i}_y \frac{\partial f}{\partial \vartheta_y} + \vec{i}_z \frac{\partial f}{\partial \vartheta_z}\right)$; $\vec{E}$ – напряженность самосогласованного поля, т.е. электрическое поле включает в себя и внешнее, и собственное кулоновское поле потока заряженных частиц.

К этим уравнениям добавляются формулы, выражающие плотность объемного заряда и плотность тока через фазовую плотность частиц:

$$\rho(x, y, z) = e\iiint f d\vartheta_x d\vartheta_y d\vartheta_z; \tag{7}$$

$$\vec{j}(x, y, z) = e\iiint \vec{\vartheta} f d\vartheta_x d\vartheta_y d\vartheta_z, \tag{8}$$

а также в случае движения в статических полях для построения функции f используется интеграл энергии:

$$\frac{m\vartheta^2}{2} + eU = const. \tag{9}$$

При прохождении пучка заряженных частиц через разреженную нейтральную среду (газ) или плазму уравнение Власова переходит в кинетическое уравнение Больцмана, которое определяет влияние зернистости среды на движение потока частиц, учитывая столкновения частиц потока с частицами среды и (или) рождения частиц, составляющих поток [3, 4]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{\vartheta}\nabla f + \frac{e}{m}\left(\vec{E} + \vec{\vartheta} \times \vec{B}\right)\nabla_{\vartheta} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c + S_i, \tag{10}$$

где S_i – интенсивность источника частиц; $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c$ – оператор столкновений, который описывает влияние зернистости среды.

Кинетические уравнения позволяют описывать полископостные потоки, при движении которых в любой точке пространства, занятого потоком, имеются частицы с различными по величине и направлению скоростями. Однако кинетические уравнения представляют собой нелинейные уравнения в частных производных с семью (или шестью в стационарном случае) независимыми переменными, три из которых (компоненты скорости) изменяются в бесконечном интервале. Формулы (7), (8) представляют собой трехмерные интегралы по неограниченному пространству скорости. Ясно, что в такой постановке решение задачи на базе кинетических уравнений весьма затруднительно, поэтому модель описания потока с использованием кинетических уравнений применяется в задачах, когда число независимых переменных сводится к двум (одномерные задачи) [5, 6].

Гидродинамическое описание. Исходя из вышеизложенного кинетические уравнения решают методом характеристик. При таком методе решения кинетические уравнения, которые представляют собой уравнения в частных производных гиперболического типа, преобразуются для нулевого момента в уравнение непрерывности [4]:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+div(\rho\vec{\vartheta})=0. \tag{11}$$

Первое моментное уравнение для (6) – уравнение движения элементарного объема заряженной жидкости в самосогласованном поле, которое аналогично по форме уравнению движения отдельной частицы [4]:

$$\frac{d\vec{\vartheta}}{dt}=\frac{e}{m}\left(\vec{E}+\vec{\vartheta}\times\vec{B}\right). \tag{12}$$

Однако при таком подходе детальное описание распределения по скоростям заменяется средней (гидродинамической) скоростью $\vec{\vartheta}$ и (или) ее разброс – абсолютной температурой *T*.

Таким образом, мы приходим к гидродинамической модели потока заряженных частиц, в каждой точке которого однозначно определен вектор скорости $\vec{\vartheta}(\vec{r})$, что означает (в соответствии с принятым в гидродинамике определением) отсутствие перемешивания слоев потока. Следовательно, поток заряженных частиц в целом (во всем объеме) является ламинарным.

Движение потока частиц в гидродинамическом приближении описывается следующей системой уравнений [7]: уравнением движения элементарного объема заряженной жидкости (12) и уравнениями стационарного самосогласованного поля, которое, с одной стороны, определяется характером движения заряженных частиц, а с другой – определяет это движение:

$$\nabla^2 U=-\frac{\rho}{\varepsilon_0},\quad \vec{E}=-\overrightarrow{grad}U=-\nabla U; \tag{13}$$

$$\nabla^2\vec{A}=-\mu_0\vec{j},\ \ \vec{B}=rot\vec{A}=\nabla\times\vec{A}. \tag{14}$$

Самосогласованное поле является суперпозицией полей зарядов отдельных частиц, составляющих поток, и зарядов, индуцированных ими на электродах, окружающих поток.

К уравнениям (12)…(14) добавляется уравнение непрерывности (11), которое для стационарного ламинарного потока заряженной жидкости принимает вид:

$$div\rho\vec{\vartheta}=\nabla\left(\rho\vec{\vartheta}\right)=0. \tag{15}$$

Уравнение движения (12) можно преобразовать к электромагнитному гидродинамическому уравнению:

$$\left(\vec{\vartheta}\nabla\right)\vec{\vartheta}=\frac{e}{m}\left(-\nabla U+\vec{\vartheta}\times\vec{B}\right), \tag{16}$$

или

$$\vec{\vartheta}\times\left(rot\vec{\vartheta}+\frac{e}{m}\vec{B}\right)=\overrightarrow{grad}\left[\frac{\vartheta^2}{2}+\frac{e}{m}U\right]. \tag{17}$$

Для монохроматических пучков полная энергия одинакова для всех частиц, поэтому ее градиент тождественно равен нулю. Отсюда следует, что

$$\vec{\vartheta}\times rot\vec{P}=0, \tag{18}$$

где $\vec{P}=m\vec{\vartheta}+e\vec{A}$ – полный (обобщенный) импульс элементарного объема заряженной жидкости; *e* – заряд элементарного объема жидкости; *m* – масса элементарного объема заряженной жидкости.

Из уравнения (18) следует, что $rot\vec{P}=0$. Потоки, в которых это условие выполняется, называются нормальными или регулярными. При эквипотенциальном эмиттере электронов необходимым и достаточным условием существования регулярного потока является отсутствие потока магнитного поля через поверхность эмиттера. В электростатических полях потоки являются регулярными и безвихревыми (потенциальными) по полю скоростей, т.е.

$$m\vec{\vartheta}=\overrightarrow{grad}S=\nabla S, \tag{19}$$

где $S=\int_0^t Ldt$ – функция действия, общая для всех частиц, составляющих поток.

В случае потенциальных потоков $S=\int_0^t\left(\frac{m\vartheta^2}{2}-eU\right)dt$ и система уравнений (12)…(15) может быть заменена одним дифференциальным уравнением в частных производных относительно функции *S*, которое называется уравнением Шпангенберга [7]:

$$\nabla\left[\nabla^2\left(\nabla S\right)^2\nabla S\right]=0. \tag{20}$$

1.3. Модель «больших частиц»

Все остальные методы представления потока заряженных частиц занимают промежуточное положение между двумя рассмотренными выше предельными случаями: дискретной и непрерывной (или гидродинамической) моделями. К моделям промежуточного типа относятся: модель больших частиц и модель трубок тока.

Метод «больших частиц» используют для расчета нестационарных потоков, когда время изменения краевых условий или характеристик потока сравнимо со временем пролета частиц, а также при решении стационарной задачи способом установления [4, 8]. В данном методе предполагается, что дальние взаимодействия существенно больше ближних, и энергией столкновений частиц можно пренебречь, значит, в течение некоторого характеристического времени частицы внутри малого объема ведут себя как одно целое. Таким образом, пучок частиц представляется как система отдельных частиц, причем точность решения возрастает с увеличением их числа. Эти заряженные частицы могут быть конечными или протяженными («облако») с постоянным или переменным распределением плотности внутри частицы.

Такая модель потока снова приводит к его дискретизации, однако частицы потока («макрочастицы») не соответствуют физическим частицам, которые составляют поток, а включают в себя N электронов и (или) ионов. С другой стороны, метод «больших частиц» включает в себя элементы непрерывной модели, когда макрочастицы рассматриваются элементарными объемами несжимаемой фазовой жидкости, движущимися в фазовом пространстве положение – скорость. Однако модель «больших частиц» все же ближе к дискретной модели потока.

Уравнения метода «больших частиц» включают в себя: уравнение Власова (6) или Больцмана (10), уравнение движение крупной частицы:

$$\frac{d\vec{\vartheta}}{dt} = \frac{Q}{M}\left(\vec{E} + \vec{\vartheta} \times \vec{B}\right), \tag{21}$$

где заряд большой частицы равен $Q = Ne$; ее масса $M = Nm$ $\left(N = \iiint f dxdydz \iiint d\vartheta_x d\vartheta_y d\vartheta_z\right)$ – число физических частиц внутри малого объема $\Delta x \Delta y \Delta z$; e – заряд одной физической частицы; m – масса одной физической частицы.

Плотность объемного заряда и вектор индукции магнитного поля определяют по формулам (7) и (14) соответственно.

Выделяют три основных типа вычислительной модели «больших частиц»: модель частица – частица (PP), модель частица – сетка (PM) и модель частица – частица – частица – сетка (P^3M), которые отличаются подходом в расчете напряженности электрического поля. В модели взаимодействия частица – частица электростатическая сила определяется по закону дальнодействия – закону Кулона (или с использованием функции Грина). В модели взаимодействия частица – сетка электростатическая сила определяется как полевая величина, напряженность электростатического поля можно определить по формулам (13). В модели взаимодействия частица – частица – частица – сетка электростатическая сила определяется гибридным способом и по формулам (13), и по закону Кулона. Выбор модели диктуется как физикой изучаемого явления, так и соображениями вычислительных затрат.

Суть метода «больших частиц» заключается в том, что на каждом шаге интегрирования уравнений движения весь объем пространства движения разбивают на малые заряженные объемы $\Delta x \Delta y \Delta z$, содержащие одинаковое количество N физических частиц. Каждый такой объем рассматривают как большую частицу, а поле пространственного заряда заменяют суммарным полем больших частиц. Электростатический потенциал в начальный момент времени определяется решением уравнения Пуассона по известному для этого времени распределению плотности объемного заряда и по известным граничным условиям.

Интегрируя систему уравнений (21) для всех больших частиц, находят их скорости и положение (из уравнения $\vec{\vartheta} = \frac{d\vec{r}}{dt}$) в последующие моменты времени. Распределение плотности больших частиц позволяет найти новое распределение плотности заряда, после чего весь цикл решения уравнений типа (21) повторяют.

Использование метода «больших частиц» для расчета электронно-оптических систем отличается еще одной характерной особенностью. Поскольку эмиссия физических частиц происходит по законам физической статистики и описывается определенными функциями распределения частиц по углам и энергиям, то нормировка этих функций определяется величиной среднего по времени тока с данного элемента площади эмиттера. Эти статистические законы полностью переносятся и на большие частицы [8] и учитываются при задании начальных условий движения в уравнениях (21).

Время вылета i-той «большой частицы» определяется формулой:

$$t_i = (i - \zeta)\Delta t, \tag{22}$$

где $i = 1, 2,\ldots,$ $\zeta \in (0;1]$ – параметр неравномерности, выбираемый случайным образом по равномерному закону распределения с нормировкой на единицу; Δt – характеристический интервал времени.

Скорость вылета «большой частицы» находится случайным образом в соответствии с известной функцией распределения (например, функцией распределения Максвелла или распределения Гаусса).

Нормальная составляющая скорости при этом изменяется по закону Ламберта:

$$\vartheta(\theta) = \vartheta_0 \sin 2\theta, \tag{23}$$

где θ – угол между направлением скорости вылета и нормалью к катоду.

Азимутальное направление скорости, т.е. угол φ – угол между проекцией скорости на плоскость катода и радиусом, приведенным в точку вылета, определяется случайным образом по равномерному закону.

1.4. Модель трубок тока

Для расчета стационарных или квазистационарных потоков заряженных частиц, т.е. для потоков, движущихся в стационарных или медленно изменяющихся полях, может быть применен метод трубок тока. В этом случае интервал времени, на котором электрическое поле считается постоянным, можно увеличить до времени пролета заряженной частицы через электронно-оптическую систему. Поэтому вместо нескольких частиц, вылетающих из одной точки в разные моменты времени, можно рассматривать траекторию одной частицы, т.е. в данном методе макрочастица представляет собой трубку тока. Модель трубок тока позволяет учесть эффект неламинарности, который может иметь место в реальных потоках, так как допускает пересечение отдельных слоев – трубок тока, на которые разбивается весь поток частиц (дискретизация потока) для учета эффекта разброса скоростей. Однако эта модель ближе к гидродинамической модели потока, так как для описания отдельной трубки тока можно использовать уравнения гидродинамики, что позволяет построить более экономичные вычислительные схемы [3]. Можно выделить два типа трубок тока – деформируемые и недеформируемые.

В методе недеформируемых трубок тока [9] траектории одной макрочастицы ставится в соответствие некоторая трубка тока, толщина которой бесконечно мала, а полный ток, текущий по трубке, конечен. Очевидно, что в этом случае плотность тока по сечению такой трубки остается постоянной.

Зная изменение скоростей вдоль траектории, можно определить, какой заряд Δq вносится этой трубкой тока в любую конечную ячейку области, занимаемой пучком. Этот заряд равен полному току трубки I, умноженному на время пребывания Δt заряженной частицы в данной ячейке: $\Delta q = I \cdot \Delta t$. Плотность пространственного заряда $\rho = \dfrac{\Delta q}{\Delta V}$, полученная путем деления общего заряда ячейки на ее объем ΔV, приписывается ближайшему узлу разностной сетки. Таким образом, весь поток разбивается на эмиттере на конечное число трубок тока. Очевидно, что увеличение числа трубок тока увеличивает точность определения плотности объемного заряда.

В методе деформируемых (модифицированных) трубок тока [10, 11] в различных поперечных сечениях плотность тока не остается постоянной, а изменяется, так как трубка определяется как область между двумя соседними поверхностями траекторий. Причем при расходимости этих траекторий увеличивается площадь поперечного сечения трубки (трубка деформируется), а плотность тока уменьшается, и наоборот. В результате можно ограничиться гораздо меньшим количеством траекторий.

В основу физико-математической модели метода трубок тока положены уравнения (12)…(15), к которым добавляется интеграл энергии (9).

Полученная система уравнений, описывающая движение пучка частиц в самосогласованном поле, решается методом последовательных приближений [7].

В исходном приближении объемный заряд пучка считается равным нулю и производится расчет поля электродов и траекторий – трубок тока в этом поле. В каждом последующем приближении поле рассчитывается уже с учетом объемного заряда, распределенного по трубкам тока. Расчет продолжается до получения достаточно малых отклонений в ходе траекторий в двух последовательных приближениях.

При этом возникает вопрос о сходимости метода последовательных приближений. Можно доказать сходимость процесса, если плотность пространственного заряда вычисляется с помощью конечного числа деформируемых трубок тока. Для сходимости метода последовательных приближений в случае недеформируемых трубок тока, их число должно превышать некоторое предельное значение. Метод последовательных приближений сходится достаточно быстро и с высокой точностью при условии ограниченности плотности пространственного заряда, т.е. в режиме ограничения тока пространственным зарядом или в режиме ограничения эмиссионной способности катода. Однако метод последовательных приближений не сходится, если плотность пространственного заряда создает режим, близкий к режиму «запирания» эмиттера, при котором частицы не вылетают из эмиттера, что имеет место при плотности тока, превышающей некое критическое значение (заранее неизвестное). В этом случае «запирание» частиц на данном участке эмиттера может привести к последующим колебаниям заряженных частиц в потенциальной яме вблизи эмиттера. Для реализации сходимости процесса последовательных приближений в случае сильноточных пучков используется метод релаксации или метод постепенного включения источников [3], который заключается в том, что интенсивность источников поля умножается на малый коэффициент $\omega \in (0;1]$, что линеаризует задачу.

Процесс релаксации объемного заряда может осуществляться непосредственно, т.е. в качестве новой плотности пространственного заряда берут не ту плотность, которую вычислили на данном шаге, а ее линейную комбинацию с плотностью предыдущего шага ρ^n последовательных приближений:

$$\rho^{n+1} = \omega\overline{\rho}^{n+1} + (1-\omega)\rho^n, \tag{24}$$

где $\overline{\rho}^{n+1}$ – плотность пространственного заряда пучка, полученная на данном (n + 1)-м шаге; ω – релаксационный параметр, который обычно достаточно мал (ω = 0,1…0,3).

С другой стороны метод постепенного включения источников можно реализовать через релаксацию плотности тока эмиссии:

$$j^{n+1} = \omega j_*^{n+1} + (1-\omega)\, j^n, \tag{25}$$

где j_*^{n+1} – вычисляется на текущей итерации по закону Ленгмюра или из начальных данных; значение j^n берется из предыдущей итерации.

При этом процесс релаксации токов в методе недеформируемых трубок тока значительно экономичнее релаксации зарядов, так как число трубок тока намного меньше числа ячеек пространственной сетки.

Еще раз отметим, что метод трубок тока пригоден для расчета заведомо неламинарных пучков и позволяет получить информацию о структуре таких пучков.

Описывать поток с помощью уравнений гидродинамики целесообразно в том случае, когда длина свободного пробега частицы много меньше характерной поперечной координаты системы, так что состояние среды можно описывать полем скоростей (достаточно плотные среды). Если пучок представляет собой достаточно разреженную среду, т.е. длина свободного пробега сравнима с поперечными размерами системы или даже превосходит их, то пользуются кинетическими уравнениями или другими рассмотренными выше моделями потока.

2. Методы синтеза

Решение системы уравнений, которые положены в основу модели ЭОС, для определения условий, необходимых для формирования пучка с заданными характеристиками, осуществляется либо методом анализа, либо методом синтеза. Методом анализа решается прямая задача электронной оптики: по заданным параметрам электродной структуры ЭОС (форма, расположение, потенциалы электродов, распределение магнитного поля и т.д.) определяют характеристики формируемого пучка заряженных частиц.

Методом синтеза решается обратная задача расчета электронно-оптических систем: по характеристикам пучка заряженных частиц находят параметры электродной структуры. Метод синтеза включает в себя решение двух задач: внутренней и внешней. Первая предусматривает решение системы уравнений, описывающих движение потока в гидродинамическом приближении, для определения электрических и геометрических параметров потока. Вторая – расчет конфигурации электрического и магнитного полей вне пучка с целью определения геометрии формирующих электродов, обеспечивающих данное движение.

При нахождении решения внутренней задачи, которое наиболее полно отвечает требованиям в отношении электрических и геометрических параметров пучка, следует помнить о том, что количество условий, которым можно подчинить искомое решение, ограничено характером решаемой математической задачи. Поэтому нельзя найти решение, удовлетворяющее одновременно нескольким произвольно заданным условиям, таким как форма траекторий, распределение потенциала и плотности тока. Условия, налагаемые на решение, должны быть корректно заданными, ибо в противном случае задача может оказаться некорректно поставленной, в частности переопределенной.

Решение внешней задачи синтеза сводится к решению задачи Коши для уравнения Лапласа с начальными условиями, заданными на границе потока. Эти граничные условия оказываются известными из решения внутренней задачи. Сложность решения внешней задачи синтеза состоит в том, что, во-первых, задача Коши для уравнения Лапласа относится к классу некорректно поставленных задач [12]. Некорректность задачи проявляется в неустойчивости решения по отношению к малым изменениям начальных условий, что затрудняет применение для ее решения каких-либо приближенных методов. Во-вторых, решение внешней задачи синтеза не всегда приводит к созданию конструкций, поддающихся технической реализации.

В основу метода синтеза положена гидродинамическая модель потока заряженных частиц [7]. При этом ламинарная структура потока постулируется и определяются внешние условия (геометрия электродов и их потенциалы), при которых такой поток может быть реализован.

Классическим примером метода синтеза является методика Пирса [13] расчета электронных пушек, формирующих прямолинейные ламинарные электронные пучки с простой конфигурацией поперечного сечения: ленточного, цилиндрического и конического. Методика Пирса, первоначально разработанная для потоков с прямолинейными траекториями, может быть использована и для расчета пушек, формирующих пучки с криволинейными траекториями.

Следующий шаг в развитии метода синтеза был сделан Г.А. Гринбергом [14]. Он записал уравнения движения заряженных частиц в натуральной системе координат, т.е. в такой ортогональной системе, оси которой совпадают с направлениями касательной, главной нормали и бинормали к траектории в каждой ее точке. При этом уравнения физико-математической модели (модели гидродинамики) решались методом разложения искомых функций в ряды, что позволяло рассмотреть только параксиальное приближение. Такая запись позволяет решать как обратную, так и прямую задачу электронной оптики.

Уравнения Гринберга обладают большой общностью, так как обычно употребляемые уравнения параксиальной электронной оптики получаются из них как частный случай. Однако в теории Гринберга рассматривается только узкий пучок заряженных частиц и не учитывается его собственный объемный заряд.

Дальнейшее развитие метод синтеза на основе параксиального приближения [15, 16] получил в теории В.Т. Овчарова, который для нахождения решения внутренней и внешней задачи теории формирования предложил использовать криволинейную ортогональную систему координат. Выбор этой системы производится таким образом, чтобы одна из ее координатных линий совпадала с заданными траекториями либо чтобы электронные траектории лежали на одной из координатных поверхностей.

В теории синтеза систем формирования принимаются определенные ограничения, связанные с необходимостью введения упрощающих предположений. В теории Овчарова к ним относятся: электронный поток является ламинарным; тепловыми скоростями электронов можно пренебречь, т.е. скорости электронов на эмиттере равны нулю; собственное магнитное поле пучка не учитывается. При этом должны соблюдаться другие идеальные условия, принятые в теориях синтеза, – отсутствие положительных ионов, вторичных электронов, высокочастотных полей. Кроме того, вводится условие параксиальности траекторий, что ограничивает класс рассматриваемых пучков. В этом случае основные величины можно разложить в ряды по степеням некоторого малого параметра и ограничиться первыми членами разложения. В качестве параметра малости в теории выбрана величина $\mu = r_{max}/l$ (l – длина области, где рассчитывается пучок; r_{max} – максимальный радиус пучка в рассматриваемой области). Ясно, что требование параксиальности (малости μ) эквивалентно ограничению либо компрессии, либо первеанса, либо и того и другого одновременно. Это является существенным ограничением теории.

Параксиальное уравнение в теории формирования по Овчарову справедливо не только для случаев пучков с малым пространственным зарядом, но и для пучков с произвольной плотностью пространственного заряда, тогда потенциал на оси системы считается созданным не только внешними электродами, но и собственным пространственным зарядом пучка. Необходимо отметить, что параксиальное уравнение по Овчарову записано в криволинейных координатах, т.е. достаточно точно описывает формирование потока даже в тех случаях, когда траектории, переведенные в обычную цилиндрическую систему координат, оказываются непараксиальными. В этом одно из существенных достоинств теории.

Решение внутренней задачи теории формирования слагается из следующих этапов: задаются параметры пучка и его контур; находится распределение потенциала на оси системы; далее вычисляется распределение потенциала внутри пучка; в конце пересчитываются траектории электронов и строится контур пучка в обычных цилиндрических координатах, а также система эквипотенциальных и ортогональная ей система силовых линий. Результатом решения внутренней задачи являются значения потенциала и его нормальной производной на границе пучка. По этим данным решается внешняя задача.

Таким образом, суть параксиального метода синтеза заключается в построении асимптотических приосевых разложений по степеням поперечной координаты r. Асимптотические параксиальные разложения позволяют получить параксиальное уравнение траектории, связывающее траектории заряженных частиц с распределением потенциала на оси, что дает возможность синтезировать интенсивные пучки с заданными характеристиками. Управляющими параметрами для расчета пучков с нужными характеристиками служат форма эмиттера и распределение осевого потенциала.

Недостатками параксиального метода синтеза являются: предположение о малой поперечной неоднородности в пучках, пределы допустимости которого трудно установить при расчете конкретной ЭОС, и неточное описание приэмиттерной области, которое обусловлено особенностью на эмиттере в режиме полного пространственного заряда [17]. Применение асимптотических параксиальных разложений в приэмиттерной области может обесценить результат решения задачи формирования. Это объясняется тем, что вблизи эмиттера скорости заряженных частиц малы и там сосредоточена большая часть пространственного заряда, поэтому погрешности в их определении существенно сказываются на расчете траекторий пучка и его тока. Поэтому в общем случае, когда траектории заряженных частиц криволинейны, в области, прилегающей к эмиттеру, целесообразно использовать антипараксиальный метод синтеза [17, 18], суть которого заключается в построении асимптотических приповерхностных разложений для функций распределения потенциала, скорости и пространственного заряда по степеням продольной координаты, которая представляет собой нормаль к поверхности эмиттера.

Управляющими параметрами в решении внутренней задачи являются форма поверхности эмиттера и распределение плотности тока по ней, варьируя которые можно рассчитывать пучки с нужными характеристиками. Приповерхностный и параксиальный методы синтеза не исключают друг друга, так как каждый имеет свои преимущества и недостатки. Антипараксиальный метод синтеза целесообразно использовать для расчета коротких пучков практически с любыми поперечными неоднородностями, параксиальный метод больше пригоден для решения задач формирования протяженных пучков, но с малыми поперечными неоднородностями.

При решении сложных задач возможно комбинированное использование обоих методов в различных областях формирования пучка сшиванием решений на границах областей с ограниченной точностью.

Дальнейшее развитие метод синтеза для расчета непараксиальных релятивистских потоков получил в геометризованной теории плотных релятивистских потоков, которая представляет собой новый раздел корпускулярной оптики, основанный на новой форме уравнений пучка [19]. Для получения последних вводится система координат, связанная с геометрией потока, которая заранее неизвестна. Поэтому, при таком подходе свойства системы координат и физические параметры среды перестают быть независимыми. Можно говорить о полном сведении физической задачи расчета электронного пучка к геометрической проблеме определения соответствующей системы координат, которая в общем случае неортогональна (полная геометризация). Уравнение движения потока получается из уравнения гидродинамики (17) и определения гамильтониана: $\nabla H = \vec{\vartheta} \times rot\vec{P}$. К уравнениям пучка добавляются уравнения для метрического тензора – условия евклидовости пространства – и уравнения, связывающие декартовые и криволинейные координаты.

Алгоритмы геометризованной теории, эквивалентные параксиальным рассмотрениям, основаны на приближенных способах выделения узкого пучка из потока, описываемого точными уравнениями, в то время как при традиционном подходе рассматриваются приближенные уравнения, полученные из точных путем отбрасывания членов малого порядка. В результате при построении высших приближений в геометризованной теории возникает ряд Тейлора по поперечной координате, сходимость которого выгодно отличается от свойств асимптотического ряда при параксиальном методе синтеза. Действие с точными уравнениями позволяет также сочетать описание прикатодной области и протяженного потока, чего не удается добиться при традиционном подходе.

3. Методы анализа

Как указывалось выше, метод синтеза позволяет рассчитывать моноскоростные потоки заряженных частиц. В реальных потоках, однако, частицы покидают поверхность эмиттера с различными по величине и направлению скоростями. Это приводит, во-первых, к различному ходу траекторий частиц, вышедших из одной точки эмиттера, но имеющих различные начальные скорости, и, во-вторых, к тому, что в любой точке пространства, занятого потоком, могут одновременно находиться частицы, имеющие различные по величине и направлению скорости.

Учесть эффект разброса скоростей частиц в потоке позволяет метод анализа, который используется при моделировании процессов формирования заведомо неламинарных пучков.

Метод анализа состоит в последовательном изменении геометрии электрической ЭОС и магнитных систем до тех пор, пока параметры формируемого электронной пушкой пучка не будут близки к заданным. Этот процесс включает в себя следующие основные этапы: выбор исходного варианта геометрии пушки и конфигурации магнитного поля, траекторный анализ, по результатам которого определяются параметры формируемого пушкой пучка, внесение изменений в исходную геометрию и последующий траекторный анализ нового варианта и т.д. Таким образом, по заданным параметрам электродной структуры ЭОС определяют характеристики формируемого пучка заряженных частиц.

Выбор модели потока (трубок тока или больших частиц), которая может быть положена в основу методов анализа ЭОС, определяется как физикой изучаемого явления, так и соображениями точности и экономичности вычислительной модели.

Построение физико-математической модели исходной ЭОС в методах анализа включает в себя выбор модели дискретизации потока заряженных частиц и самосогласованное решение совокупности модельных задач, к которым относятся: расчет электромагнитного поля, задача движения заряженных частиц в электрическом и магнитном полях, расчет объемного заряда, учет каких-либо дополнительных эффектов (например, столкновения частиц потока с частицами среды, через которую проходит пучок, подвижные (плавающие) границы области движения пучка и т.д.).

3.1. Методы расчета электрического и магнитного полей

Для расчета нестационарных электромагнитных полей используется система уравнений Максвелла (2)…(3). Магнитное поле представляется в виде суперпозиции внешнего и собственного магнитного полей. Собственное магнитное поле частиц пучка учитывается только в случае релятивистских потоков [3], так как его вклад в силу Лоренца пропорционален $\left(\frac{\vartheta}{c}\right)^2$.

Для описания стационарного электрического поля можно использовать формулы близкодействия (13) или дальнодействия (принцип суперпозиции полей и закон Кулона для точечных зарядов). Для заданного распределения частиц формулировки посредством дально- и близкодействия дают одни и те же силы. В уравнении поля заданные внешние силы и потенциалы заменяются заданными граничными условиями.

Стационарные внешнее и собственное магнитные поля определяются путем решения уравнений (14) (формулировка близкодействия) или по принципу суперпозиции и закону Био – Савара – Лапласа (формулировка дальнодействия):

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\left[\vec{j}\left(\vec{r}'\right)\times\left(\vec{r}-\vec{r}'\right)\right]}{\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|^3} d^3\vec{r}'. \tag{26}$$

Для решения первых пар уравнений из (13) и (14) используются метод Монте-Карло [8, 20], метод конечных элементов [21], метод конечных разностей [22], метод конечных объемов [22], метод интегральных уравнений (метод функции Грина) [7, 12]. Методом конечных элементов (МКЭ) рассчитываются электростатические и магнитостатические поля в пакете РЭМП [23] и в программном комплексе для численного моделирования электромагнитных и электромеханических устройств ELCUT [24]. Точность расчета электромагнитного поля методом конечных разностей (МКР) выше, чем при использовании МКЭ, так как ошибка дискретизации в методе конечных элементов больше. Поэтому, МКЭ больше подходит для решения нелинейных магнитных задач, а для расчета электрических полей с высокой точностью широкое распространение получили конечно-разностные методы [9]. Метод конечных объемов применяется при расчете поля в области со сложными криволинейными границами, для более точного описания которых используются квазиструктурированные сетки [25]. Метод интегральных уравнений используется как при расчете трехмерных полей без учета влияния объемного заряда пучка [26], так и при решении краевой задачи для уравнения Пуассона [27, 28].

3.2. Методы решения задачи движения заряженных частиц

Для полного описания движения частицы необходимо задать ее положение в пространстве $\vec{r}$ и значение вектора ее скорости $\vec{\vartheta}$.

Для определения независимых переменных $\vec{r}$ и $\vec{\vartheta}$ широко распространен метод интегрирования дифференциальных уравнений:

$$\vec{\vartheta} = \frac{d\vec{r}}{dt} \tag{27}$$

и уравнения движения в форме Ньютона (1) [9, 28 – 30]. Таким образом, в результате интегрирования получим зависимости, в общем случае, трех компонент скоростей и трех компонент координат от времени.

Другой метод решения задачи движения пучка в электромагнитном поле заключается в получении уравнения траектории частицы путем исключения из уравнений движения (1) и (27) времени [7] или на основе принципа наименьшего действия [31]. Интегрирование уравнения траектории позволяет определить координаты точек пространства, через которые проходила частица при своем движении, и направление вектора скорости частицы. Для определения модуля скорости используются закон сохранения энергии (9) и теорема Буша, которая представляет собой закон сохранения углового момента импульса частицы, движущейся в аксиально-симметричном поле (r, z, θ):

$$r^2\dot{\theta} + \frac{e}{2\pi m}\Phi = const, \tag{28}$$

или закон сохранения импульса частицы при ее движении в плоскопараллельном поле (x, y, z):

$$m\dot{x} + eA_x = const. \tag{29}$$

Здесь Φ – магнитный поток, который определяет компоненты магнитного поля $B_r = -\dfrac{1}{2\pi r}\dfrac{\partial\Phi}{\partial z}$ и $B_z = \dfrac{1}{2\pi r}\dfrac{\partial\Phi}{\partial r}$.

В гидродинамической модели потока определяется вид функции $\vec{\vartheta}(\vec{r})$, т.е. зависимость средней скорости элементарного объема жидкости от координаты точки пространства, занятого потоком, или как решение уравнений (16)…(17), или через функцию действия S согласно формуле (19) в стационарном электрическом поле. В нестационарном поле вместо (19) можно использовать уравнение, полученное в [32]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\times\vec{P}\right) = \nabla\times\left[\vec{\vartheta}\times\left[\nabla\times\vec{P}\right]\right]. \tag{30}$$

Рассмотренные выше уравнения движения частиц применимы в том случае, когда длина свободного пробега частиц сравнима или превосходит продольные размеры области движения.

В случае, когда длина свободного пробега становится меньше характерных продольных размеров пространства, занятого пучком, то движение частиц приобретает диффузионный характер, при котором уравнения движения заменяются уравнением вида [4]:

$$\vec{\vartheta} = -\frac{D}{n}\nabla n + \alpha\vec{E}, \tag{31}$$

где D – коэффициент диффузии; α – коэффициент подвижности; n – концентрация частиц.

3.3. Методы расчета плотности объемного заряда и плотности тока

Для расчета плотности объемного заряда ρ и плотности тока $\vec{j}$ могут применяться следующие методы.

При кинетическом описании потока, используя известный вид функции распределения плотности частиц в фазовом пространстве, плотности объемного заряда и тока выражаются формулами (7), (8).

При гидродинамическом описании потока в стационарном случае для нахождения плотностей объемного заряда и тока можно использовать уравнение непрерывности (15) или определять ρ через функцию действия S по формуле: $\rho = \frac{\varepsilon_0}{2me}\nabla^2(\nabla S)^2$. Плотность тока в этом случае равна $\vec{j} = \frac{\varepsilon_0 \nabla S}{2m^2 e}\nabla^2(\nabla S)^2$. В нестационарном случае для аксиально-симметричного пучка можно использовать формулу, полученную в [32]:

$$\rho(t) = \rho(t_0)\frac{\left(\nabla \times \vec{P}\right)_\varphi}{\left(\nabla \times \vec{P}\right)_{0\varphi}}, \tag{32}$$

где $\rho(t_0)$ – плотность пространственного заряда в момент времени t_0; $\rho(t)$ – плотность пространственного заряда в момент времени t, $\left(\nabla \times \vec{P}\right)_\varphi$ и $\left(\nabla \times \vec{P}\right)_{0\varphi}$ – угловые компоненты вектора в моменты времени t и t_0 соответственно.

В методе трубок тока плотность тока может быть найдена из закона сохранения заряда в интегральной форме: $\oiint \vec{j}d\vec{S} = const$, а плотность объемного заряда – из уравнения $\vec{j} = \rho\vec{\vartheta}$. В другом подходе плотность объемного заряда и плотность тока рассчитываются как пределы:

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0}\frac{I\Delta t}{\Delta V};\ \vec{j} = \frac{\vec{\vartheta}}{\vartheta}\lim_{\Delta V \to 0}\frac{I\Delta l}{\Delta V}, \tag{33}$$

где Δt – время пролета частицы ячейки сетки; Δl – путь, проходимый частицей в пределах одной ячейки, ΔV – объем ячейки сетки.

В методе больших частиц подсчитывается суммарный заряд Δq, вносимый в ячейку объемом ΔV всеми макрочастицами, которые прошли через данную ячейку сетки, и плотность объемного заряда рассчитывается по формуле:

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0}\frac{\Delta q}{\Delta V}. \tag{34}$$

4. Характеристика пакетов прикладных программ для моделирования электронно-оптических систем

Как указывалось выше, расчет задачи формирования пучков заряженных частиц осуществляется либо методом анализа, либо методом синтеза, поэтому в основу пакетов прикладных программ (ППП), разработанных для компьютерного моделирования ЭОС, положены либо аналитические модели синтеза, либо численные модели анализа. Каждая из этих моделей имеет свои источники ошибок. В методах анализа это ошибки, связанные с дискретизацией как потока заряженных частиц, так и расчетной области, и ошибки, связанные с численными методами решения дифференциальных и интегральных уравнений задач математической физики. В методах синтеза ошибки порождаются приближенным характером решения как внутренней, так и внешней задачи в приближении асимптотических разложений.

Выбор расчетной модели определяется в первую очередь интенсивностью потока заряженных частиц. Интенсивными (сильноточными) пучками называются пучки, собственным объемным зарядом которых (силами кулоновского расталкивания) пренебрегать нельзя. При расчете таких пучков в суммарное поле вносят существенный вклад собственные электрическое и магнитное (для релятивистских пучков) поля потока частиц, т.е. задача определения поля является нелинейной (модель самосогласованного поля).

В качестве параметра объемного заряда (меры интенсивности пучка) принято использовать характеристическую проводимость, равную отношению тока пучка I к ускоряющему потенциалу в степени трех вторых, которая носит название первеанс: $perv = I/U^{3/2}$. Известно, что влияние объемного заряда в пучках становится заметным при значениях первеанса больших 0,1 мкА/В$^{3/2}$ [7].

В эмиссионных изображающих системах, формирующих изображения с помощью потоков заряженных частиц, собственное кулоновское поле пучка на несколько порядков слабее приложенного внешнего поля и может рассматриваться как возмущение, поэтому оптику таких пучков называют слаботочной. В оптике слаботочных пучков математический аппарат асимптотических разложений теории синтеза является основным методом расчета и в литературе получил название теории аберраций [3].

При расчете слаботочных пучков определяющим фактором является разброс термоэлектронов по скоростям и углам вылета относительно поверхности катода, при расчете сильноточных пучков определяющим условием является учет влияния объемного заряда самого пучка.

Исходя из изложенного выше понятно, что в первую группу ППП относятся программы расчета слаботочных ЭОС, в которых для расчета траекторий частиц используются основные положения теории аберраций и учитывается разброс термоэлектронов по скоростям [27, 33, 34]. Ко второй группе прикладных пакетов можно отнести программные комплексы моделирования формирования сильноточных пучков заряженных частиц без учета каких-либо дополнительных эффектов, кроме учета влияния собственного объемного заряда пучка. В этом случае для расчета ламинарных потоков возможно использование асимптотических методов синтеза [35], результаты которых дают хорошее совпадение с численными расчетами по моделям анализа [36].

Однако в основу большинства компьютерных программ для моделирования процессов в сильноточных ЭОС положены различные модели методов анализа, которые позволяют рассчитывать, в общем случае, неламинарные пучки. Так, в большинстве зарубежных (MAGIC, MAFIA, CEM, KARAT) программ [37] используются метод конечных разностей для расчета полей и модель крупных частиц для представления потока. Метод интегральных уравнений для решения полевой задачи и модель недеформируемых трубок тока положены в основу расчета релятивистских электронных пучков в ППП «POISSON» [3, 30]. В этом пакете эмиссия протекает в режиме ограничения тока либо пространственным зарядом, либо эмиссионной способностью катода. В ППП «TAU» [28] используются методы интегральных уравнений, недеформируемых трубок тока, крупных частиц, а эмиссия частиц может быть задана с термо-, авто- или фотокатода. В ППП «Эра» [9, 25] расчет полей осуществляется методом конечных разностей или объемов; для дискретизации потока релятивистских частиц, движущихся в электрическом и магнитном полях, используется модель недеформируемых трубок тока; плотность тока эмиссии ограничена либо объемным зарядом, либо эмиссионной способностью катода.

Дискретизация потока и расчетной области может приводить к описанию прикатодной области, в которой находится существенная часть пространственного заряда пучка, с недостаточной точностью. Ошибка в описании прикатодной области в значительной степени определяет точность решения всей задачи [36]. Для уменьшения ошибок при расчете формирования пучка в прикатодной области можно либо измельчать сетку, покрывающую расчетную область вблизи катода, либо, как предложено в программе [38], рассчитывать прикатодную область антипараксиальным методом синтеза, а остальную область формирования пучка методами анализа, и сшить полученные решения на границе подобластей.

В следующую группу можно отнести прикладные программы, которые позволяют моделировать формирование сильноточных пучков с учетом различных дополнительных физических процессов. В таких сложных с физической точки зрения ситуациях при расчете ЭОС с подвижными (плазменными) границами и с биполярными потоками ЭОС, в которых необходимо учитывать процессы ионизации, рассеяния, перезарядки, вторичной эмиссии, вне конкуренции оказываются численные методы анализа [36]. Поэтому прикладные программы данной группы представляют модификацию пакетов предыдущей группы, в алгоритмы которых добавляются новые блоки и модули, отвечающие за расчетную модель дополнительных, более сложных эффектов.

Методика моделирования вторичной электронной эмиссии методом больших частиц предложена в программных продуктах [39, 40]. При моделировании формирования пучка в области с подвижными границами можно использовать численные алгоритмы анализа ЭОС с неподвижными границами, задавая априори положение и форму плазменной поверхности, найденные экспериментально [29] или посредством аналоговых средств [41]. Однако такой подход не всегда оказывается приемлемым и осуществимым. В другом подходе, свободном от каких-либо упрощающих априорных предположений, плазменная граница устанавливается в точках, определяемых из условия равенства сил давления электростатического поля и кинетического давления плазмы [42].

Если пренебречь величиной тепловых скоростей заряженных частиц в плазме, т.е. шириной переходного слоя между плазмой и пучком, то положение и форму плазменной границы можно определять согласно закону Ленгмюра. Данный подход реализован в модуле расчета плазменных границ пакета «Эра» [43].

При расчете ЭОС с подвижными границами методом крупных частиц для определения положения и формы поверхности плазмы используется условие Стефана [44].

Алгоритмы моделирования ЭОС, в которых нельзя пренебрегать ионизационными эффектами, также основаны или на методах синтеза или на моделях анализа. Предложено использовать параксиальный метод синтеза для расчета ЭОС с биполярными потоками заряженных частиц [17, 45]. Разработаны параксиальные и антипараксиальные методы синтеза релятивистских электронных пучков при наличии неподвижного неоднородного ионного фона [46, 47]. Однако параметры распределения компенсирующего ионного фона определяются не в результате решения самосогласованной задачи, а задаются извне, например, в соответствии с результатами моделирования таких ЭОС методами численного анализа.

Методы анализа для расчета ЭОС с учетом объемных процессов ионизации газа электронами пучка на первом этапе представляли собой реализацию одномерных алгоритмов, основанных либо на кинетическом описании образующихся частиц [5, 6], либо на использовании уравнения непрерывности для ионов [48].

Для расчета процессов ионизации и перезарядки в области формирования пучка двумерных ЭОС были разработаны алгоритмы, основанные на представлении ионного потока недеформируемыми трубками тока [49, 50]. Предлагаемые подходы различаются между собой тем, что в [49] ионные трубки тока запускаются из каждого узла расчетной сетки, в области которого образовались ионы, а в алгоритме [50] ионные трубки тока запускаются из средней точки интервалов длиной Δl, на которые разбивается электронная трубка тока. Траектории ионов определяются из ньютоновского уравнения движения, а объемный ионный заряд по формулам типа (33).

Прикладные программы, в основу которых положена данная методика учета столкновительных эффектов, можно использовать для расчета стационарных газонаполненных ЭОС с плазменным анодом методом установления [49, 50].

Использовать же предложенные алгоритмы для расчета ионизационных эффектов в ЭОС с плазменным катодом [51] не представляется возможным по ряду следующих причин. Во-первых, плотность эмиссионного тока в этих методиках изменяется вследствие изменения напряженности электрического поля вблизи эмиттера согласно закону Ленгмюра при фиксированном положении границ расчетной области, во-вторых, рассматривается стационарная задача. Моделирование газонаполненных ЭОС с плазменным катодом представляет собой нестационарную самосогласованную задачу, в которой должно учитываться совокупное влияние на свойства ЭОС таких факторов, как плавающая граница эмиттера, объемные ионизационные процессы, влияние обратного ионного потока на эмиссионные свойства плазмы. Таким образом, вопрос разработки алгоритмов расчета газонаполненных ЭОС с плазменным катодом, которые позволяли бы проследить за динамикой характеристик таких ЭОС, является актуальной задачей. Кроме того, численные методы, которые необходимо разработать для моделирования нестационарных ЭОС с плазменным катодом, должны отвечать, с одной стороны, требованиям экономичности с точки зрения объема и времени вычислений, а, с другой стороны, должны иметь достаточную точность расчета учитываемых процессов. Поэтому, для моделирования динамики формирования электронного пучка и учета изменения его параметров со временем под влиянием таких факторов, как ионизация рабочего газа в промежутке ускорения ЭОС и сопутствующих ей процессов, а также подвижность эмитирующей поверхности плазмы, что может приводить к изменению ее формы, положения, потенциала и концентрации, был разработан алгоритм расчета ЭОС, учитывающий указанные динамические процессы.

5. Алгоритм расчета газонаполненных ЭОС с подвижным плазменным эмиттером

Предлагаемый численный метод анализа газонаполненных ЭОС с плавающими граничными условиями позволяет свести нестационарную нелинейную задачу электронной оптики к последовательности квазистационарных приближений на каждом временном шаге и решить самосогласованную задачу формирования электронного пучка [11, 52].

Для моделирования электронного пучка используется метод деформируемых трубок тока, который представляет собой более экономичный метод по сравнению с методом недеформируемых трубок тока или методом макрочастиц, так как точность расчета последних определяется числом больших частиц (трубок тока). В предлагаемом методе деформируемых трубок тока весь поток электронов разбивается на некоторое конечное число слоев – трубок тока, поэтому при расчете можно ограничиться гораздо меньшим количеством траекторий. Каждая из трубок тока определяется как область между двумя соседними поверхностями вращения, образованными граничными траекториями электронов, вылетевших из соседних сеточных узлов, расположенных на эмиттере. При этом в различных поперечных сечениях трубки плотность тока не остается постоянной, а изменяется, так как за счет расходимости (или сходимости) граничных траекторий изменяется площадь поперечного сечения трубки S (трубка деформируется).

Объемный заряд электронов пучка ρ_e определяется согласно уравнениям:

$$\rho_e = \frac{I_{em}}{\vartheta S}; \quad I_{em} = j_{e0} S_{em}; \quad j_{e0} = \frac{1}{4} \cdot e n_{pl} \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}}. \tag{35}$$

Здесь I_{em} – эмиссионный ток; j_{e0} – величина плотности теплового тока электронов, эмиттированных невозмущенной плазмой; S_{em} – площадь эмиттирующей поверхности плазмы; e, m_e – заряд и масса электрона соответственно; k – постоянная Больцмана; T_e – электронная температура плазмы.

Для определения S_{em} эмиттирующая поверхность плазмы разбивалась на аксиально-симметричные слои, аппроксимируемые боковой поверхностью усеченного конуса.

Скорость электронов пучка ϑ определялась из закона сохранения энергии:

$$\frac{m_e \vartheta^2}{2} = \frac{m_e \vartheta_0^{\,2}}{2} + e\left(\varphi - \varphi_{pl}\right), \tag{36}$$

где n_{pl}, φ_{pl} – концентрация и потенциал плазмы соответственно; ϑ_0 – начальная скорость электронов, вылетающих из плазмы, равная средней тепловой скорости.

Исключая время из уравнения движения в Ньютоновой форме:

$$m_e \cdot \frac{d\vec{\vartheta}}{dt} = e \cdot \nabla\varphi, \tag{37}$$

и принимая во внимание закон сохранения энергии, получим уравнение траектории в дифференциальной форме:

$$\frac{d^2r}{dz^2} = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial r} - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\cdot\frac{dr}{dz}\right)\cdot\left(1+\left(\frac{dr}{dz}\right)^2\right):\left(\frac{m_e\cdot\vartheta_0{}^2}{e} + 2\left(\varphi-\varphi_{pl}\right)\right). \tag{38}$$

Для нахождения решения уравнения траектории использовались методы численного интегрирования с двукратным последовательным применением схемы Эйлера. В качестве граничных условий задавались значения r в точках вылета электронов из плазмы и угол наклона начальной скорости электрона ϑ_0 к оси z, при этом считалось, что электроны вылетают из плазмы по нормали к ее поверхности.

Поток ионов, образовавшихся в результате ударной ионизации молекул газа электронами пучка, описывается уравнением нестационарной гидродинамики, а пространственное распределение вторичных (парных) электронов, возникающих попарно с ионами, пересчитывается на каждом шаге по времени согласно уравнению стационарной гидродинамики:

$$\frac{\partial\rho_i}{\partial t} = \rho_g - \nabla\cdot\vec{j}_i;\;\; \rho_g = \nabla\cdot\vec{j}_{se}. \tag{39}$$

Здесь ρ_i, ρ_{se} – объемный заряд ионов, парных электронов соответственно; $\rho_g = pj_eQ_{i0}$ – заряд частиц, рождающихся в единице объема за единицу времени (Q_{i0} – сечение ионизации); $\vec{j}_i = \rho_i\vec{\vartheta}_i$ – плотность ионного потока; $\vec{j}_{se} = \rho_{se}\vec{\vartheta}_{se}$ – плотность потока парных электронов; $j_e = \frac{I_{em}}{S}$ – плотность тока электронного пучка; p – давление остаточного газа; $\vec{\vartheta}_i$, $\vec{\vartheta}_{se}$ – скорости ионов и парных электронов соответственно (скорости движения ионов и парных электронов в электрическом поле находили как совместные решения систем уравнений: закона сохранения энергии и закона движения в форме Ньютона для ионов и парных электронов в отдельности путем исключения времени, при этом предполагалось, что в пределах одной ячейки сетки ионы и парные электроны двигаются равноускоренно).

Уравнения непрерывности решались методом конечных разностей, при этом временной шаг выбирался меньшим или равным времени движения ионов в соседние узлы сетки. Так как скорость парных электронов на несколько порядков больше скорости ионов, то электроны, возникающие в результате ионизации молекул газа, успевают перераспределиться в промежутке ускорения под действием поля прежде, чем объемный заряд ионов изменит распределение потенциала, поэтому пространственное распределение парных электронов пересчитывается согласно стационарному уравнению непрерывности.

Распределение потенциала находится для текущего момента времени как решение уравнения Пуассона, самосогласованное с объемными зарядами электронов пучка, ионов и парных электронов. Наличие ионов вблизи поверхности плазмы оказывает влияние на эмиссионные свойства плазмы разряда под воздействием обратного ионного потока. При этом влияние обратного ионного потока вызывает увеличение эмиссионного тока, а значит, с одной стороны, перемещение эмиттирующей границы плазмы по направлению к ускоряющему электроду; с другой стороны, рост эмиссионного тока увеличивает число ионов, рождающихся в единице объема за единицу времени в ускоряющем промежутке, что приводит к смещению эмиттирующей поверхности вглубь эмиссионного канала.

Для определения положения и формы эмиттирующей поверхности плазмы алгоритм позволяет выбрать или традиционный подход, основанный на применении вблизи эмиттера (на расстояниях много меньших диаметра эмиттирующей поверхности) закона «степени трех вторых» для плоского диода, или использовать условие равенства давления электрического поля и гидродинамического давления плазмы, что позволяет рассчитать скорость движения плазменной поверхности ϑ_{pl}:

$$\frac{en_{pl}\vartheta_{pl}^2}{2} = \frac{\varepsilon_0\left(\nabla\varphi_{pl}\right)^2}{2}. \tag{40}$$

Умножая скорость движения границы плазмы на шаг по времени, за который была найдена деформация распределения потенциала, получим расстояние, на которое отодвигается плазменный катод. Направление движения эмиттирующей поверхности определяется знаком напряженности электрического поля у границы плазмы. При новом положении плазменной границы проводится следующая итерация расчета поля, деформированного процессами ионизации, при тех же значениях объемных зарядов электронов пучка, ионов и парных электронов, но с новыми граничными условиями. Итерации продолжаются до тех пор, пока распределение потенциала не станет самосогласованным с заданными значениями объемных зарядов.

Изменение плотности эмиссионного тока плазмы $j_{e,pl}$, обусловленное влиянием обратного ионного потока в плазму $j_{i,pl}$, определялось согласно выражению:

$$j_{e,pl} = j_{e0} + \gamma j_{i,pl}. \tag{41}$$

Увеличение плотности эмиссионного тока задается коэффициентом ионно-электронной эмиссии плазмы γ, который выражается количеством электронов, дополнительно испускаемых плазмой в расчете на один поступающий в нее ион.

В качестве начального приближения распределения потенциала в расчетной модели задавалось распределение потенциала, самосогласованное с объемным зарядом электронов пучка (случай высокого вакуума в ускоряющем промежутке). Рассчитывались траектории электронов потока и характеристики пучка (плотность тока j_e и объемный заряд в каждом узле сетки). По значениям j_e и заданному давлению находилась скорость генерации объемного заряда ρ_g, обусловленная процессами объемной ионизации. Затем рассчитывались скорости движения ионов и парных электронов в электрическом поле и объемные заряды ионов и парных электронов на данном шаге по времени. Учитывая объемные заряды всех частиц в промежутке ускорения (электронов пучка, ионов и парных электронов), пересчитывалось распределение потенциала и находились соответствующие ему положение и форма эмиттирующей поверхности плазмы. На следующем шаге по времени изменялась плотность эмиссионного тока плазмы $j_{e,pl}$, определялись новые траектории электронов потока в найденном на предыдущем шаге поле и новые характеристики пучка. Затем учитывались ионизационные процессы и определялись новое распределение потенциала, расположение и форма эмиттера, обратный ионный поток в плазму.

Заключение. Разработанный алгоритм моделирования позволяет изучить изменение электронно-оптических свойств источников электронов с подвижным плазменным катодом со временем, а следовательно, исследовать динамику характеристик электронного пучка, обусловленную совокупным влиянием двух взаимосвязанных факторов – процессами ионизации и подвижностью плазменного катода. Разработанный алгоритм был положен в основу программ, созданных для численного моделирования динамики условий формирования как остросфокусированных электронных пучков [53 – 55], так и пучков большого сечения [56, 57]. Программа численного моделирования динамики формирования электронного пучка позволяет:

1) рассчитывать прохождение электронного пучка: во внешнем электрическом поле, создаваемом системой электродов как постоянного, так и переменного радиуса; в поле, самосогласованном с объемным зарядом электронов пучка (для интенсивных электронных пучков); в поле, самосогласованном с объемным зарядом как электронов пучка, так ионов и вторичных электронов, образованных в результате ударной ионизации молекул остаточного газа электронами пучка (для учета процессов ионизации); в поле, самосогласованном с объемным зарядом как электронов пучка, ионизационных ионов и вторичных электронов, так и электронов, выбитых с поверхности эмиттерного электрода в результате вторичной ионно-электронной эмиссии;

2) считать эмиттирующую поверхность либо неподвижной, либо подвижной с учетом изменения не только ее положения, но и формы в случае плазменного эмиттера;

3) в случае учета ионизационных процессов рассчитывать либо стационарный случай, либо нестационарный;

4) рассчитывать квазиламинарные электронные пучки, т.е. каждый из концентрических слоев, на которые разбивается весь пучок, является ламинарным, в то время как граничные траектории разных слоев при движении электронов в электрических полях могут пересекаться;

5) находить обратный ионный поток на стенки эмиттерного электрода и в эмиттирующую плазму. Определять траектории электронов вторичной ионно-электронной эмиссии и их влияние на характеристики пучка и ионизационные процессы.

Входные параметры модели: потенциалы электродов, геометрия аксиально-симметричной электронно-оптической системы, концентрация эмиттируемых электронов, среднеквадратичная скорость выхода электрона из подвижного или неподвижного эмиттера, углы выхода электронов пучка из эмиттера по отношению к нормали к эмиттирующей поверхности. Если эмиттером является плазма, то по заданным значениям ее концентрации и потенциала рассчитывается радиус эмиттирующей поверхности.

Выходные параметры численного моделирования: распределение потенциала, траектории электронов пучка и электронов вторичной ионно-электронной эмиссии, ток пучка, распределение плотности тока по радиусу в любом сечении пучка, распределение объемного заряда электронов пучка, ионов и вторичных электронов, электронов вторичной эмиссии, форма и положение эмиттирующей поверхности (в случае подвижного эмиттера), обратный ионный поток на стенки электродов или в плазму (в случае плазменного эмиттера).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау, Л.Д. Краткий курс теоретической физики. Кн. 1. Механика. Электродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука. 1969. – 271 с.
2. Власов, А.А. Теория многих частиц / А.А. Власов. – М.-Л., Гостехиздат, 1950.

3. Методы автоматизированного проектирования приборов электроники. Ч. II. Методы математического моделирования задач электронной оптики / В.Я. Иванов; под ред. С.К. Годунова. – Новосибирск, 1986. – 219 с. (Ротапринт / Ин-т матем. СО АН СССР).
4. Хокни, Р. Численное моделирование методом частиц / Р. Хокни, Дж. Иствуд; пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 640 с.
5. Крейндель, Ю.Е. Развитие кнудсеновского разряда при токе, ограниченном пространственным зарядом / Ю.Е. Крейндель, Е.А. Литвинов, Е.Ю. Садовская // ЖТФ. – 1989. – Т. 59, № 10. – С. 47 – 53.
6. Крейндель, М.Ю. Формирование кнудсеновского разряда с немонотонным распределением потенциала в промежутке / М.Ю. Крейндель, Е.А. Литвинов // ЖТФ. – 1992. – Т. 62, № 5. – С.159 – 163.
7. Молоковский, С.И. Интенсивные электронные и ионные пучки / С.И. Молоковский, А.Д. Сушков. – Л.: Энергия. 1972. – 271 с.
8. Власов, А.Г. Методы расчета эмиссионных электронно-оптических систем / А.Г. Власов, Ю.А. Шапиро. – Л.: Машиностроение. 1974. – 181 с.
9. Пакет программ ЭРА для автоматизации электронно-оптических расчетов / Н.И. Горбенко // Численные методы решения задач электронной оптики: сб. – Новосибирск. 1979. – С. 34 – 60.
10. Лещинская, А.А. Исследование условий формирования и транспортировки пучков с учетом трехмерного распределения магнитного поля / А.А. Лещинская, В.П. Рыбачек // Прикладная физика. – 2000. – № 3. – С. 60 – 64.
11. Груздев, В.А. Влияние ионизационных процессов на свойства электронно-оптических систем с плазменным эмиттером / В.А. Груздев, О.Н. Петрович // Наука и технологии на рубеже XXI века: материалы междунар. науч.-техн. конф. – Минск, 2000. – С. 227 – 237.
12. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука. 1977. – 735 с.
13. Пирс, Дж. Р. Теория и расчет электронных пучков / Дж. Р. Пирс. – М.: Сов. радио, 1956.
14. Кельман, В.М. Электронная оптика / В.М. Кельман, С.Я. Явор. – 3-е изд. – Л.: Наука, 1969.
15. Алямовский, И.В. Электронные пучки и электронные пушки / И.В. Алямовский. – М.: Сов. радио, 1966.
16. Овчаров, В.Т. Уравнения электронной оптики для плоскосимметричных и осесимметричных электронных пучков с большой плотностью тока / В.Т. Овчаров // Радиотехника и электроника. – 1962. – № 8.
17. Плазменные процессы в технологических электронных пушках / М.А. Завьялов [и др.]. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 256 с.
18. Казаков, А.И. Об антипараксиальных разложениях для осесимметричных релятивистских электронных пучков / А.И. Казаков, В.А. Сыровой // Радиотехника и электроника. – 1993. – № 8. – С. 1492 – 1509.
19. Сыровой, В.А. Геометризованная теория тонких пространственных электронных пучков / В.А. Сыровой // Прикладная физика. – 1998. – № 3 – 4. – С. 39 – 45.
20. Блейвас, И.М. Программа решения методом Монте-Карло уравнения Пуассона для сложных граничных условий / И.М. Блейвас, Б.С. Елепов, Г.Р. Стефанюк. – Новосибирск, 1973. – С. 42 – 51.
21. Демирчян, К.С. Машинные расчеты электромагнитных полей: учеб. пособие / К.С. Демирчян, В.Л. Чечурин. – М.: Высшая школа, 1986. – 240 с.
22. Рапоцевич, Е.А. РЭМП: пакет программ для моделирования электро- и магнитостатических полей / Е.А. Рапоцевич // Прикладная физика. – 1996. – № 3. – С. 37 – 39.
23. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.tor.ru/elcut
24. Ильин, В.П. Методы конечных разностей и конечных объемов для эллиптических уравнений / В.П. Ильин. – Новосибирск: Изд. ИВМиМГ, 2001. – 318 с.
25. Денбновецкий, С.В. Численное моделирование основных физических процессов, протекающих в области катодного падения газоразрядной электронной пушки // Автоматизация проектирования в электронике / С.В. Денбновецкий, В.И. Мельник, И.В. Мельник. – Киев: Техника, 1991. – Вып. 43. – С. 46 – 54.
26. Sveshnikov, V.M. Numerical analysis of intensive charged particle beams on quasistructured grids / V.M. Sveshnikov // Proceedings of the International Conference on Computational Mathematics. – Novosibirsk, 2002. – P. 717 – 721.
27. Белуга, И.Ш. Программа расчета трехмерных электростатических систем методом интегральных уравнений / И.Ш. Белуга // Прикладная физика. – 1998. – № 3 – 4. – С. 32 – 33.
28. Белуга, И.Ш. Программа расчета электронно-оптических систем с учетом начальных скоростей электронов / И.Ш. Белуга, И.М. Соколова // Прикладная физика. – 1997. – № 2 – 3. – С. 88 – 96.
29. Tregubov V.F. Program package TAU. Structure and applications for electron device simulation / V.F. Tregubov, A.V. Tregubov // Proceedings of the 7-th International conference on electron beam technologies. – Varna (Bulgaria), 2003. – P. 39 – 41.
30. Астрелин, В.Т. Расчеты формирования сильноточных электронных пучков и их транспортировки / В.Т. Астрелин, П. Врба // ЖТФ. – 1988. – Т. 58, № 11. – С. 2168 – 2173.
31. Наумов, Н.Д. О распространении параксиального пучка заряженных частиц во внешнем электромагнитном поле / Н.Д. Наумов // ЖТФ. – 2001. – Т. 71, № 11. – С. 81 – 84.
32. Безродный, Ю.Г. Метод расчета характеристик интенсивных пучков заряженных частиц во внешних полях / Ю.Г. Безродный, О.В. Мануйленко // ЖТФ. – Т. 60, № 4. – 1990. – С. 164 – 167.

33. Разработка вычислительных методов и пакета прикладных программ для моделирования электронно-лучевых технологических установок / А.М. Филачев [и др.] // Прикладная физика. – 1998. – № 2. – С. 5 – 18.
34. Макарова, И.С. Программа расчета основных оптических характеристик электронно-оптических систем с совмещенными в пространстве осесимметричными электростатическими и магнитными полями / И.С. Макарова // Прикладная физика. – 1997. – № 2 – 3. – С. 162 – 165.
35. Вашковский, А.В. Тестирование геометризованных моделей плотных электронных пучков / А.В. Вашковский, Л.А. Неганова, В.А. Сыровой // Прикладная физика. – 1998. – № 3 – 4. – С. 33 – 39.
36. Завьялов, М.А. Теория и практика создания электронно-оптических систем для приборов с мощными электронными пучками / М.А. Завьялов, Л.А. Неганова, В.А. Сыровой // Прикладная физика. – 1998. – № 3 – 4. – С. 65 – 94.
37. Иванов, В.Я. Новый подход к решению задач взаимодействия заряженных частиц с электромагнитным полем / В.Я. Иванов // Прикладная физика. – 1997. – № 2 – 3. – С. 128 – 136.
38. Свешников, В.М. О численном расчете пучков заряженных частиц методом итераций по подобластям / В.М. Свешников, В.А. Сыровой // ЖВМиМФ. – 1990. – Т. 30, № 11. – С. 1675 – 1688.
39. Акимов, П.И. Учет вторичной эмиссии при численном анализе электронно-лучевых приборов / П.И. Акимов // Прикладная физика. – 2001. – № 5. – С. 22 – 33.
40. Кривошеев, П.В. Моделирование процесса захвата электронов в адиабатическую ловушку гиротрона / П.В. Кривошеев, В.Н. Мануилов // Проблемы теоретической и прикладной электронной и ионной оптики: тез. докл. VI Всерос. Семинара, 2003. – М. – С. 70.
41. Моделирование электронно-оптических систем с плазменным эмиттером / Н.И. Бортничук [и др.] // ЖТФ. – 1977. – Т. 47, № 9. – С. 1894 – 1903.
42. Еремин, Л.В. Расчет движения пучка заряженных частиц в области с плавающими границами / Л.В. Еремин, Л.А. Латышев, Р.К. Чуян // Методы расчета электронно-оптических систем: сб. – Новосибирск, 1973. – Ч. II. – С. 115 – 120.
43. Панибрацкий, В.А. Расчет электронно-оптических систем с плазменным эмиттером / В.А. Панибрацкий, В.М. Свешников. – Новосибирск, 1983. – 15 с. (Ротапринт / ВЦ СО АН СССР 432).
44. Стекольников, А.Ф. // Радиотехника и электроника. – 1989. – № 18. – С. 107 – 112.
45. Шантурин, Л.П. Расчет анодно-плазменных электронно-оптических систем параксиальным методом синтеза / Л.П. Шантурин // Радиотехника и электроника. – 1981. – Т. 26, № 10. – С. 2169 – 2177.
46. Акимов, П.И. К теории антипараксиальных разложений в оптике плотных электронных пучков при наличии неоднородного ионного фона / П.И. Акимов, В.А. Сыровой // Радиотехника и электроника. – 1993. – № 2. – С. 315 – 333.
47. Неганова, Л.А. Параксиальная теория релятивистских электронных пучков при наличии неоднородного ионного фона / Л.А. Неганова, В.А. Сыровой // Радиотехника и электроника. – 1992. – № 12. – С. 2275 – 2284.
48. Компенсация объемного заряда в плоском газонаполненном диоде. Численное исследование / В.А. Гордин [и др.] // Радиотехника и электроника. – 1984. – № 4. – С. 774 – 780.
49. Дзагуров, Л.Ю. Численное моделирование электронно-оптических систем с газовым наполнением / Л.Ю. Дзагуров, Ю.А. Коваленко // Радиотехника и электроника. –1987. – № 4. – С. 847 – 854.
50. Свешников, В.М. Расчет сильноточных релятивистских пучков с учетом столкновительных эффектов / В.М. Свешников // Журн. прикл. мех. и техн. физ. – 1986. – № 1. – С. 3 – 8.
51. В.Л. Галанский [и др.] // ЖТФ. – 1990. – Т. 60. – Вып. 4. – С. 168 – 175.
52. Груздев, В.А. Метод численного анализа газонаполненных электронно-оптических систем с подвижным плазменным катодом / В.А. Груздев, О.Н. Петрович // Сб. материалов междунар. конф. по вычислительной математике. – Новосибирск, 2004. – Ч. II. – С. 590 – 595.
53. Петрович, О.Н. Первичное формирование электронного пучка в плазменных источниках с катодным или анодным эмиттерным электродом / О.Н. Петрович // Взаимодействие излучений с твердым телом: материалы V Междунар. конф. – Минск, 2003. – С. 383 – 386.
54. Петрович, О.Н. Моделирование влияния геометрии электродной структуры электронно-оптической системы на характеристики электронного пучка в плазменном источнике электронов / О.Н. Петрович // Электроника и связь. – 2004. – Т. 9, № 22. – С. 110 – 112.
55. Petrovich, O.N. Influence of parameters of the plasma electron sources on the characteristics of narrow electron beam / O.N. Petrovich // Proceedings of SPIE. – Vol. 5398. – P. 91 – 97.
56. Петрович, О.Н. Алгоритм моделирования триодной электронно-оптической системы с плазменным эмиттером большого сечения / О.Н. Петрович // Взаимодействие излучений с твердым телом: материалы VI Междунар. конф., Минск, 2005. – С. 411 – 413.
57. Petrovich, O.N. Simulation of conditions of formation of a stationary big section beam in plasma electron sources / O.N. Petrovich // Proceedings the XXI International Symposium on Discharges and Electrical Insulation in Vacuum, Yalta, 2004. – P. 545 – 546.

Поступила 10.09.2007